

ANALYSIS

Funktionentraining

Logarithmusfunktionen

Sammlung von
23 umfangreichen Aufgaben
meistens im Abiturstil

Alle Lösungen ganz ausführlich

Datei Nr. 46110

Stand 1. November 2016

FRIEDRICH W. BUCKEL

INTERNETBIBLIOTHEK FÜR SCHULMATHEMATIK

www.mathe-cd.schule

Vorwort

Neben dem Text 46100, in dem nur Kurvendiskussionen geübt werden, findet man hier 23 umfangreiche Aufgaben. Oftmals sind es Abituraufgaben.

Hier eine kleine Zusammenstellung des Grundwissens für e und ln:

Diese Grundlagen kann man in den Texten 12810, 12830, 12850 lernen und üben.

(1) $e^x = a \Leftrightarrow x = \ln a$

Beispiel: $e^0 = \ln 0 = 1$

(2) $n \cdot \ln(a) = \ln(a^n)$

Beispiel: $2 \cdot \ln 3 = \ln 3^2 = \ln 9$

(3) $e^{\ln a} = a$

Beispiel: $e^{2 \cdot \ln 3} = e^{\ln 9} = 9$

$$\frac{1}{2} \cdot \ln 4 = \ln\left(4^{\frac{1}{2}}\right) = \ln \sqrt{4} = \ln 2$$

$$e^{\frac{1}{2} \cdot \ln 4} = e^{\ln 2} = 2$$

(4) $\ln(e^a) = a \cdot \ln(e) = a \cdot 1 = a$ Umkehrung von (2):

Beispiel: $\ln e = 1$

$$\ln(e^2) = 2 \cdot \ln(e) = 2 \cdot 1 = 2$$

(5) $\ln(u \cdot v) = \ln u + \ln v$

1. Logarithmusregel

Beispiel: $\ln(2e) = \ln 2 + \ln e = \ln 2 + 1$

(6) $\ln \frac{u}{v} = \ln u - \ln v$

2. Logarithmusregel

Beispiel: $\ln \frac{e}{2} = \ln e - \ln 2 = 1 - \ln 2$

Newtonsches Näherungsverfahren: $x_{n+1} = x_n - \frac{h(x_n)}{h'(x_n)}$

ergibt eine Näherungsfolge für die Nullstelle einer Hilfsfunktion h.

Siehe Texte 41150 bzw. 41151.

Aus folgender Liste kann man erkennen, welche Zusatzaufgaben vorkommen.

Inhalt

	Funktionsterm	Inhalt	Aufgabe	Lös.
1	$f_a(x) = a \cdot x - \ln(x)$	Ortskurve der Tiefpunkte, Tangente von A an K_a . Gemeinsamer Punkt zweier Tangenten	5	19
2	$f_t(x) = x \cdot \ln x - tx$	Integralfläche. Extremer Dreieckinhalt, ein Normalenproblem	5	22
3	$f_t(x) = t \cdot \ln x + \frac{t-1}{x}$	Existenz von Extrempunkten und Wendepunkten je nach t, minimaler Dreieckinhalt, Integralfläche	6	27
11	$f(x) = (x+2) \cdot \ln(x+2)$	Integralflächen	6	31
12	$f_t(x) = \ln(x^2 - t)$	Zusammensetzung mit einer Parabel, Stetigkeit und Differenzierbarkeit. Rotationskörper wird mit Ebenen geschnitten: Maximale Schnittflächen. Tangentenaufgabe mit Newtonscher Iteration	7	33
13	$f_t(x) = \ln\left(\frac{1}{4}x^2 + t\right)$	Existenz der Nullstellen, Ortskurve der Wendepunkte Wendetangenten durch O. Rotationskörper wird mit Ebenen geschnitten. Maximale Schnittflächen. Mittelwertsatz der Differentialrechnung	8	37
14	$f_t(x) = \ln x(t-x)$	Symmetrie zu einer Parallelen zur y-Achse. Integralfläche, Abbildung einer Kurve auf eine andere, Berechnung einer Stammfunktion	9	40
15	$f_t(x) = \ln \frac{x}{t}(4-x)$	K_t entsteht durch eine Abbildung aus K_1 Durch welche Punkte gehen Kurven K_a ? Achsensymmetrienachweis, Integralfläche	9	45
21	$f_t(x) = \ln \frac{6-x}{x}$	K_t entsteht durch eine Abbildung aus K_1 . Durch welche Punkte gehen Kurven K_a ? Schnitt von K_1 mit $y = x$ mit Newton Iteration Integralfläche, Punktsymmetrie zum Wendepunkt	10	49
22	$f_t(x) = \ln \frac{t(1+x)}{1-x}$	Wertmenge der Tangentensteigungen, Integralfläche, K_t entsteht durch eine Verschiebung aus K_1 Durch welche Punkte gehen Kurven K_a ? Achsensymmetrienachweis, Integralfläche	10	52
23	$f(x) = \ln \frac{x-6}{x+2}$	Symmetrieverhalten? Verschiebung der Kurve	11	56

31	$f_t(x) = \frac{t + \ln(x)}{x}$	Ortskurve der Hochpunkte, Integralfläche, Schnitt zweier Tangenten, Dreieck soll rechtwinklig werden, minimaler Inhalt.	12	58
32	$f_a(x) = \frac{\ln(ax)}{x^2}$	Ortskurve der Hochpunkte, Lege Tangente von O an K_a .	12	61
33	$f_t(x) = \frac{t}{x^2} \cdot \ln \frac{x^2}{t}$	Tangentendreieck: Inhalt und gleichschenkelig? Spiegelung an $x = c$. Integralfläche	13	63
34	$f_a(x) = 3 \frac{2a - \ln(x^2)}{x}$	Minimale Streckenlänge, Stammfunktion berechnen. K_O teil eine Rechtecksfläche.	14	68
35	$f(x) = 3 \cdot \frac{\ln(x^2)}{x}$	Nachweis einer Stammfunktion, Integralflächen	14	72
41	$f_t(x) = t \cdot [\ln(x+t)]^2$	Schnitt bestimmter Geraden, Ortskurve, Schnitt mit einer Parabel: Newtonsche Iteration Integralfläche	15	74
42	$f(x) = [\ln x]^2$	Integralfläche, Schnitt mit $y = x$: Newton-Verfahren Extremer Rechteckinhalt.	15	78
43	$f(x) = 1 - [\ln(1-x)]^2$	Stammfunktion durch Integration berechnen, Integralfläche, Tangente von Z an K. Brennpunkt durch Newton-Iteration.	16	81
51	$f_t(x) = \ln(e^x + te^{-x})$	Existenz von Nullstellen, Extrem- und Wendepunkten, Asymptoten in Abhängigkeit von t.	17	(17)
52	$f(x) = \ln \left \frac{e^x + 1}{e^x + 4} \right $	Umkehrfunktion ...	17	(17)